

## Relaxationszeitmessung

Experiment A143 — 07.04.2005  
John Bieling and Andreas Orth\*

**Zusammenfassung.** In diesem Versuch untersuchen wir das Verhalten von Spin  $\frac{1}{2}$ - Teilchen in einem äußeren Magnetfeld. Dazu stören wir den Ruhezustand von Protonen in Wasser durch ein Polarisationsfeld und messen, wie schnell das System wieder in den Ausgangszustand zurück fällt.

---

\*john.bieling@jobisoft.de and andyorth@web.de

**Contents**

**1. Theorie** **3**  
1.1. Kernspin im Magnetfeld . . . . . 3  
1.2. Rabioszillation . . . . . 4  
1.3. Relaxation . . . . . 6

**2. Versuchsaufbau** **8**  
2.1. Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus . . . . . 8  
2.2. Funktionsweise der Bauteile . . . . . 9

**3. Versuchsdurchführung** **10**  
3.1. Einstellen der Nachweisapparatur . . . . . 10  
3.2. Inversion der Spins durch das Zwischenfeld . . . . . 11  
3.3. Bestimmung der longitudinalen Relaxationszeit  $\tau$  . . . . . 11  
3.4. Bestimmung des Polarisationsgrades . . . . . 13  
3.5. Messung von schwachen Magnetfeldern entlang der Zwischenfeldregion . . . . . 15  
3.6. Nachwort und Zusammenfassung . . . . . 18

**Literatur**

**3** H.Haken, H.C.Wolf: Atom- und Quantenphysik, Springer Verlag  
**6** P.A.Tipler: Physik, Spektrum Lehrbuch  
**8** Versuchsbeschreibung  
**9** sowie die Protokolle anderer Studenten und das Internet.  
**10** Layout (.sty-file für L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 2 $\epsilon$ ) by NORBERT STUHRMANN, 2003.

## 1. Theorie

### 1.1. Kernspin im Magnetfeld

In einem Atom besitzen nicht nur die Elektronen, sondern auch der Kern einen Spin. Zu diesem Kernspin  $\vec{I}$  gehört das magnetische Moment:

$$\vec{\mu} = \gamma \hbar \vec{I} = g \mu_k \vec{I}$$

wobei  $\gamma = 26.725 G^{-1} s^{-1}$  das gyromagnetische Verhältnis,  $g=5,5858$  der g-Faktor und  $\mu_k = \frac{e\hbar}{2m_p} \approx 3,154 \cdot 10^{-18} \frac{MeV}{G}$  das Kernmagneton ist.

Betrachten wir ein Proton mit Spin- $\frac{1}{2}$  in einem äußeren Magnetfeld  $H_0$ :

$$\vec{H}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ H_0 \end{pmatrix}$$

Die Spins der Protonen können sich nun in zwei Richtungen einstellen und präzidieren dann um die Magnetfeldachse. Diese Larmorpräzession geschieht mit der Larmorfrequenz:

$$\omega_0 = -\gamma H_0$$

Für das Proton ergeben sich daher zwei unterschiedliche Energieniveaus. Die Verschiebung gegenüber der feldlosen Betrachtung beträgt:

$$E_{\pm\frac{1}{2}} = -\mu H_0 = \mp \frac{1}{2} \gamma \hbar H_0$$

Daraus folgt für den energetischen Abstand der beiden Zustände:

$$\Delta E = \gamma \hbar H_0$$

Dieser Energie kann nach Einstein auch eine Frequenz zugeordnet werden:

$$\begin{aligned} \gamma \hbar H_0 = \Delta E &= h\nu = \hbar 2\pi\nu = \hbar\omega \\ \Rightarrow \omega &= \gamma H_0 \end{aligned}$$

welche genau der Larmorfrequenz entspricht.

## 1.2. Rabioszillation

Wir überlagern das Feld  $H_0$  nun durch ein viel schwächeres, und in der zu  $H_0$  senkrechten Ebene rotierendes Magnetfeld  $H_1$ :

$$\vec{H}_1 = \begin{pmatrix} H_1 \cos \omega t \\ H_1 \sin \omega t \\ 0 \end{pmatrix}$$

Interessant ist für uns die zeitliche Entwicklung der Ausrichtung des Protonenspins. Dazu wählen wir als Basis zur Beschreibung der Wellenfunktion eines Protons die beiden Zustände  $|+\rangle$ : „spin-up“ (parallel zur Magnetfeldachse) und  $|-\rangle$ : „spin-down“ (antiparallel). Die allgemeine Wellenfunktion ist dann eine Linearkombination dieser beiden:

$$|\psi(t)\rangle = C_+(t) \cdot |+\rangle + C_-(t) \cdot |-\rangle$$

Die Energie in diesem System ist durch die drei Magnetfeldkomponenten gegeben, der Hamiltonian ergibt sich zu:

$$\hat{H} = \gamma \hbar (I_x H_1 \cdot \cos \omega t + I_y H_1 \cdot \sin \omega t + I_z H_0)$$

Mit Hilfe der bekannten Schrödinger- Gleichung

$$i \hbar \dot{\psi}(t) = \hat{H} \psi(t)$$

wollen wir nun die Wahrscheinlichkeit eines Spinflips berechnen, also die Übergangswahrscheinlichkeit von  $|+\rangle$  zu  $|-\rangle$ . Da die Stärke des Wechselfeldes wesentlich kleiner als die des stationären Feldes ist, betrachten wir jenes als Störung. Man erhält zur Berechnung der Koeffizienten  $C_{\pm}$  folgende Gleichung:

$$\ddot{C}_+ + i\omega \dot{C}_+ + \left[ \frac{\gamma^2}{4} (H_1^2 + H_0^2 - \frac{2}{\gamma} \omega H_0) \right] C_+ = 0$$

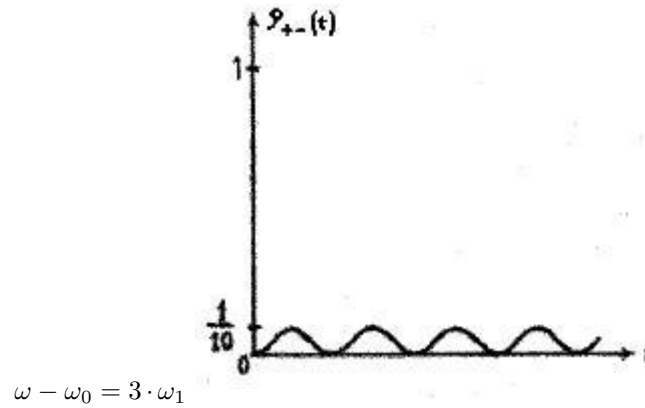
Diese Differentialgleichung erinnert uns an die einer gedämpften Schwingung. Man erhält entsprechend oszillierende Lösungen für die Besetzungswahrscheinlichkeiten der up- und down- Zustände (denn  $C_- C_-^* = 1 - C_+ C_+^*$  folgt unmittelbar).

Gehen wir von einem Proton im Spin-up Zustand aus ( $C_+(t=0) = 1; C_-(t=0) = 0$ ), so ergibt sich die Übergangswahrscheinlichkeit einfach zu:

$$\begin{aligned} P_{+\rightarrow-}(t) &= |C_-(t)|^2 = C_-(t) C_-^*(t) \\ &= \frac{\omega_1^2}{(\omega_1^2 + (\omega - \omega_0)^2)} \sin^2 \left( \sqrt{\omega_1^2 + (\omega - \omega_0)^2} \cdot \frac{t}{2} \right) \end{aligned}$$

wobei  $\omega_x = \gamma H_x$  die Larmorfrequenz des entsprechenden Feldes bezeichnet.

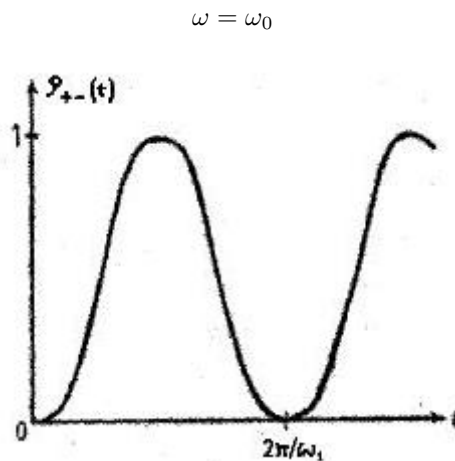
Diese Wahrscheinlichkeit hängt stark von der Abstimmung von Stationär- und Wechselfeld ab. Ist zum Beispiel die Frequenz  $\omega$  von  $H_1$  weit entfernt von der Larmorfrequenz  $\omega_0$  von  $H_0$ , so ist ein Spinflip sehr unwahrscheinlich:



Umgekehrt ist die Wahrscheinlichkeit für einen Spinflip am größten (sogar beizeiten eins), wenn unser Wechselfeld genau mit der Larmorfrequenz des Polarisationsfeldes schwingt. Dann vereinfacht sich obige Gleichung zu:

$$P_{\pm}(t) = \sin^2 \left( \omega_1 \cdot \frac{t}{2} \right) = \sin^2 \left( \gamma H_1 \cdot \frac{t}{2} \right)$$

Man erhält als Lösung also einen periodisch umklappenden Protonenspin, dies nennt man Rabioszillation. Als Inversion bezeichnet man den Zustand zu genau den Zeiten, wenn alle Spins gerade umgekehrt wurden.



### 1.3. Relaxation

#### 1.3.1. Besetzungszahl

Betrachten wir nun ein System aus destilliertem Wasser. Die  $\text{H}_2\text{O}$ -Moleküle eignen sich zur Betrachtung des Kernspins, weil die Elektronen auf Grund der hohen Elektronegativität des Sauerstoffs in guter Näherung um diesen eine abgeschlossene Schale, und tragen somit nicht zum magnetischen Moment bei.

Das Sauerstoffatom besitzt ebenfalls einen Gesamtkernspin von Null, da sich die sechs Protonen und sechs Neutronen jeweils in ihrem Spins aufheben.

Die Wasserstoffatome sind zwar im Wasser- Molekül gebunden, ansonsten aber auf Grund des großen Abstands der einzelnen Atome ausreichend frei, um als einzelne Protonen in unserem Versuch betrachtet zu werden.

Zur Untersuchung der Polarisierung der Kernspins betrachtet man die Besetzungszahldifferenz:

$$n = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-} \in \{-1; +1\}$$

Wir werden im folgenden sehen, dass sich diese Besetzungszahl mit der Zeit ähnlich verhält wie der Strom durch einen Kondensator, der abwechselnd ge- und entladen wird.

#### 1.3.2. Polarisierung, thermisches Gleichgewicht

In unserem Versuch werden wir durch anlegen eines Magnetfeldes für die Spins der zuvor unpolarisierten Protonen eine Vorzugsrichtung auszeichnen. Bei Einschalten des Feldes beginnen die Spins, sich in Feldrichtung auszurichten, und erreichen exponentiell die durch die Boltzmann- Verteilung gegebene Sättigungsgrenze. Für die Dauer des Aufenthalts im Polarisationsfeld gilt:

$$n(t) = n_{gr} - (n_{gr} - n_0) \cdot e^{-t/\tau}$$

wobei  $\tau$  die „thermische“ oder „longitudinale Relaxationszeit“ heißt, was wir weiter unten noch begründen werden. Die obige Formel lässt sich intuitiv als eine Überlagerung zweier e-Funktionen verstehen, wobei  $n(t)$  sich mit der Zeit von  $n_0$  zu  $n_{gr}$  verschiebt:

$$n(t) = n_{gr} \cdot (1 - e^{-t/\tau}) + n_0 \cdot e^{-t/\tau}$$

Bedenkt man, dass vor einschalten des Magnetfeldes die beiden Niveaus „plus“ und „minus“ noch entartet sind, so muss  $n_0 = 0$  sein, und die Formel vereinfacht sich zu:

$$n(t) = n_{gr}(1 - e^{-t/\tau})$$

Die angestrebte Gleichgewichtsverteilung  $n_{gr}$  lässt sich leicht berechnen:

$$\begin{aligned} \left( \frac{N_+}{N_-} \right) &= e^{\frac{\Delta E}{kT}} =: \hat{e} \\ N_+ &= \hat{e} \cdot N_- \\ n_{gr} &= \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-} = \frac{\hat{e} \cdot N_- - N_-}{\hat{e} \cdot N_- + N_-} \\ n_{gr} &= \frac{\hat{e} - 1}{\hat{e} + 1} \end{aligned}$$

### 1.3.3. Longitudinale o. thermische Relaxation

Haben die Protonen nun den Polarisationsmagneten durchlaufen, so erreichen sie dabei eine maximale Polarisation  $n_a$ , welche von der Aufenthaltsdauer im Polarisationsfeld abhängt.

$$n_a = n_{gl} \cdot \left( 1 - e^{-t_a/\tau} \right)$$

Fortan beginnen die Spins, sich wieder zu vermischen und die Besetzungzahldifferenz nimmt exponentiell ab:

$$n(t) = n_a \cdot e^{-t/\tau}$$

Hier wird der Grund für die Bezeichnung von  $\tau$  als Zeit der *longitudinalen Relaxation* deutlich: bei Verlassen des Polarisationsfeldes fallen die beiden Energieniveaus wieder auf einander, die Ausrichtung des Spins hat keine Bedeutung für die Energie des Teilchens mehr. Die Protonen stoßen aneinander, geben dabei Energie ab oder nehmen welche auf, und die Spins vermischen sich wieder.

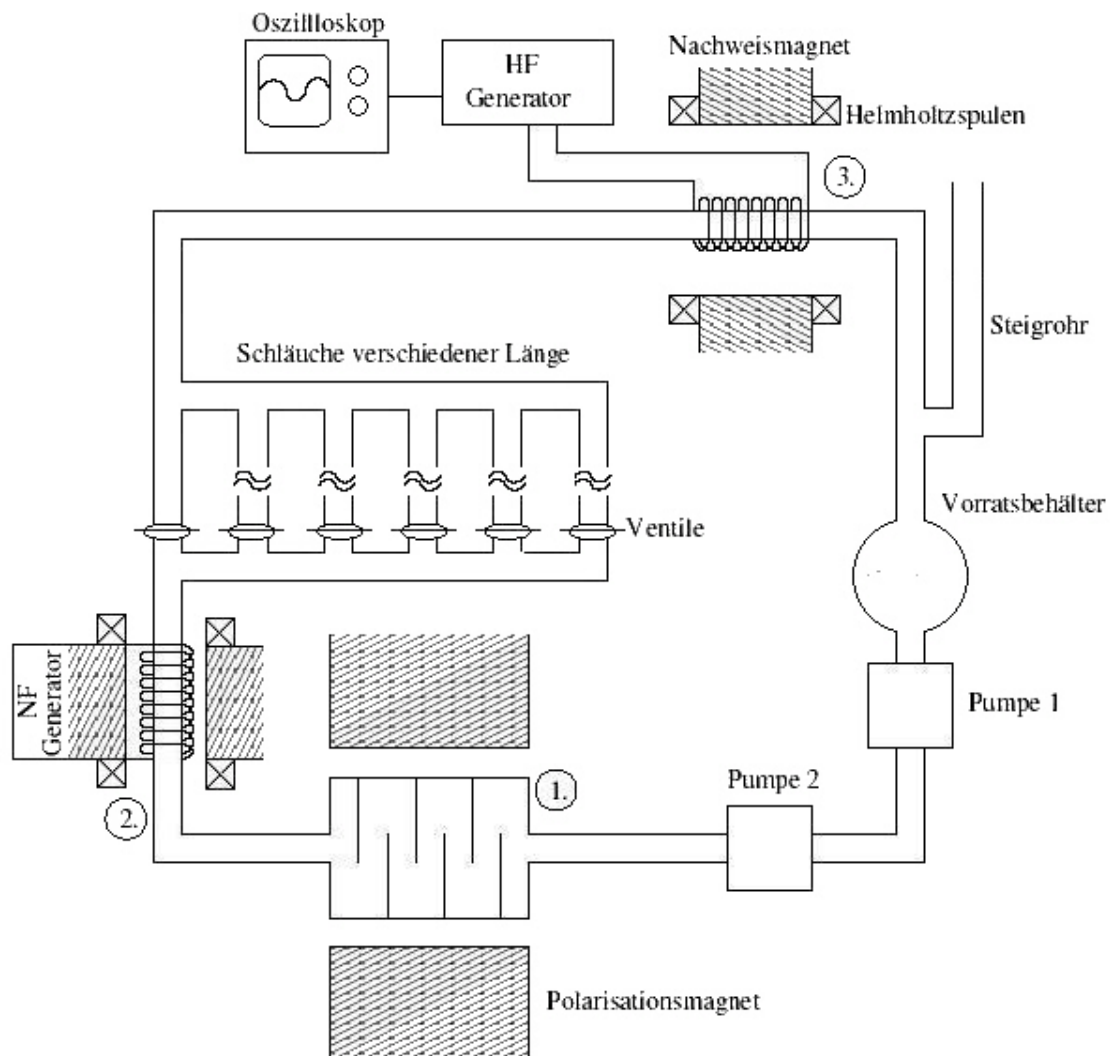
### 1.3.4. Transversale Relaxation

Es gibt eine weitere Ursache für die Rückkehr der Protonen in den unpolarisierten Zustand, welcher wir allerdings nur bei Beobachtung der Rabioszillation begegnen werden, die sogenannte *transversale Relaxation*.

Jedes einzelne Proton besitzt einen Kernspin und daher ein magnetisches Moment. Wenn sich der Spin des Protons umkehrt, so stellt diese Umkehr für jedes andere Proton ein magnetisches Wechselfeld dar. Es kommt zu einer Wechselwirkung der Spins untereinander, welche zu einer wesentlich rascheren exponentiellen Abnahme des Polarisationsgrades führt.

## 2. Versuchsaufbau

### 2.1. Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus





## 2.2. Funktionsweise der Bauteile

Im Bild fließt das Wasser im Uhrzeigersinn.

Es wird Wasser aus dem *Vorratsbehälter* durch die *zwei Pumpen* zunächst in den *Polarisationsmagneten* gepumpt. Der Aufbau hat die gewählte, labyrinthähnliche Form, damit die Protonen im Wasser eine längere Verweildauer im Polarisationsfeld erzielen. Hier werden die Spins wie oben beschrieben ausgerichtet.

Der NF- Generator sei zunächst ausgeschaltet. Das Wasser fließt dann durch die *verschieden lange Schläuche* in Richtung Nachweisapparatur. Es ist für diesen Versuch nur sinnvoll, je ein einziges Ventil ganz oder teilweise zu öffnen, und die anderen geschlossen zu halten. Durch Variation der Schlauchlänge wird eine längere Verweildauer des Wassers im feldfreien Raum (genauer: im Erdmagnetfeld) erzielt, so dass in der Nachweisapparatur je nach Fließzeit eine unterschiedliche Restpolarisation gemessen werden kann.

Der *Nachweismagnet* besteht aus einem Permanentmagneten zusammen mit zwei *Helmholtzspulen*, sowie einem Hochfrequenzgenerator. Die Spulen werden mit Netzstrom (50 Hz) betrieben. Sie dienen dazu, das eigentlich stationäre  $H_0$ - Feld zeitlich zu variieren. Dies ist notwendig, um auf dem Oszilloskop ein stationäres Bild zu erhalten: periodisch wird nun die Resonanz von Larmorfrequenz des  $H_0$ - Feldes und der Hochfrequenz des Generators durchlaufen.

Das *Oszilloskop* misst die (eigentlich konstante) Spannung der HF- Spule. Sobald es allerdings im Nachweisfeld zur Rabioszillation kommt, beginnen die Protonen ihre Spins zu flippen. Zu jedem Übergang des Spins gehört eine Energieaufnahme bzw. -abgabe von genau  $\Delta E$ . Herrscht in dem Wasser eine von Null verschiedene Besetzungszahldifferenz, so wird von allen Protonen zusammen netto periodisch Energie absorbiert und wieder emittiert. Diese Energie stammt aus dem Wechselfeld, und folglich wird die Spannung der Spule ebenfalls oszillieren. Beobachtet wird man diese Oszillation, überlagert von einem exponentiellen Abfall, welcher durch die transversale Relaxation (siehe Abschnitt 1.3.4) bedingt wird.

Das *Steigrohr* hat eine nicht zu unterschätzende Bedeutung für den Versuch. Wird über die Ventile die Schlauchlänge verändert, so ändert sich im allgemeinen auch der Fließwiderstand des Systems, und der vorherrschende Druck. Der Druck des innerhalb des Systems ist aber proportional zur Fließgeschwindigkeit des Wassers. Wir wollen im Versuch zwar die Fließzeit von Polarisationsfeld zu Nachweisfeld variieren, nicht aber die Fließgeschwindigkeit. Denn ändert sich die Geschwindigkeit des Wassers, so ändert sich auch die Verweildauer der Protonen im Polarisationsfeld, und damit ändert sich bei jeder Messung auch die Ausgangspolarisation  $n_a$ . Um dies zu vermeiden, verwendet man folgenden Trick: jedes Ventil wird nur genau soweit geöffnet, dass der Druck für alle Schlauchlängen konstant bleibt, und damit auch die Geschwindigkeit. Ablesen kann man den Druck ganz einfach an der Höhe der Wassersäule im Steigrohr. Dadurch bleibt auch bei unterschiedlicher Relaxationsdauer die Ausgangspolarisation konstant.

Nach der erfolgten Messung fließt das Wasser zurück in den *Vorratsbehälter*. Dieser erfüllt auch die Funktion, die Wassermenge der Schlauchlänge anzupassen, und vor allem vermischt sich hier das noch geringfügig polarisierte Wasser mit neutralem. Es hat noch einmal mehr Zeit, um in den unpolarisierten Zustand zurückfallen, bevor es wieder durch das System gepumpt wird.

Das *Nebenfeld* hat eine wichtige Aufgabe zur Bestimmung der Fließzeiten. Eine korrekte Einstellung der Amplitude des stationären Zwischenfeldes  $H_0^Z$  und der Frequenz  $\omega_1^Z$  des Zwischenwechselfeldes  $H_1^Z$  vorausgesetzt, kann durch Hinzuschalten des Nebenfeldes ein sogenannter  $\pi$ -Puls auf die Protonen gegeben werden. Hierbei werden alle Spins genau einmal (bzw. drei, fünf, usw.) geflippt, so dass bei Eintreffen am Nachweisfeld das Bild auf dem Oszillographen im Idealfall ebenfalls geflippt wird, also an der Zeitachse gespiegelt. Auch wenn dies nicht gelingt, so kann zumindest die Polarisation so weit gestört werden, dass eine Änderung auf dem Oszilloskop sichtbar wird. Durch Messung der Zeit zwischen Einschalten des Nebenfeldes und Signaländerung auf dem Oszilloskop kann die Fließzeit gemessen werden.

### 3. Versuchsdurchführung

Als erstes muss sichergestellt werden, dass als fixe Steigrohrhöhe ein Wert gewählt wurde, der auch tatsächlich mit allen Schlauchlängen erreicht werden kann. Wie in der Theorie beschrieben ist dies für eine konstante Polarisation nach verlassen des Polarisationsfeldes bei allen Messungen essentiell.

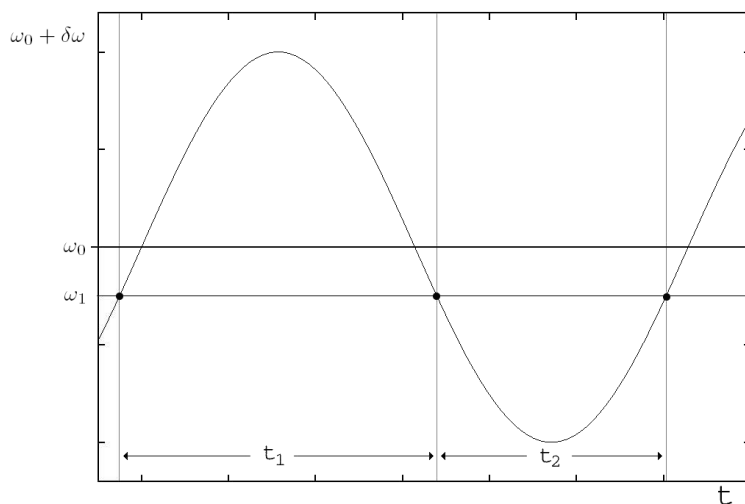
#### 3.1. Einstellen der Nachweisapparatur

Als nächstes ist die Nachweisapparatur so einzustellen, dass wir ein brauchbares Signal auf dem Oszillographen erhalten. Dazu muss die Larmorfrequenz des  $H_0$ - Feldes mit der Frequenz des Wechselfeldes  $H_1$  übereinstimmen. Dies ist nur sehr schwer zu schaffen, daher wird einfach der Frequenzbereich um die Larmorfrequenz periodisch durchfahren. Dadurch entsteht auch ein stationäres Bild auf dem Oszillographen. Dies ist auf zwei Wegen möglich:

- periodische Änderung von  $H_0$  (periodische Änderung der Larmorfrequenz)
- periodische Änderung von  $\omega_1$  von  $H_1$

In diesem Versuch wählen wir den ersten Fall. Wir schalten einfach eine Wechselspannung auf die Spulen um  $H_0$ , und erhalten somit  $H_{NWF} = H_0 + \delta H_0$ .

Die Frequenz von  $\delta H_0$  wird von dem Oszillographen automatisch erkannt (wir betreiben die Helmholtzspulen mit Netzspannung, also  $f=50\text{Hz}$ ), somit erhalten wir ein stationäres Bild. Auf der y-Achse sehen wir die Spannung der Nachweisspule, im Resonanzfall (also wenn die Frequenz von  $H_1$  gleich der Larmorfrequenz von  $H_0$  ist) gibt die Spule periodisch Energie an die Atome ab oder absorbiert diese. Dies können wir deutlich sehen. Wann genau kommt es zum Resonanzfall?



In dieser Graphik wird das variierende Feld  $H_{NWF} = H_0 + \delta H_0$  und damit die Larmorfrequenz  $\omega_0 = -\gamma H_{NWF}$  gegen die Zeit aufgetragen. Als waagerechte Linie ist die Frequenz  $\omega_1$  des Wechselfeldes  $H_1$  abgetragen. Jeder Schnittpunkt dieser beiden Kurven stellt einen Resonanzfall dar. Durch Verändern von  $\omega_1$  können also die Abstände der Schnittpunkte verändert werden (das ist sehr schön auf dem Oszillographen zu verfolgen). Wenn alle den gleichen Abstand haben, gilt  $\omega_0 = \omega_1$  (dazu ist es sinnvoll die Zeitachse so zu wählen, so dass vier Resonanzfälle zu beobachten sind).

### 3.1.1. Bestimmung der Feldstärke des Nachweismagneten

Wenn die Nachweisapparatur richtig eingestellt ist, gilt wegen  $\omega_0 = \omega_1$  für  $H_0$

$$H_0 = \frac{\omega_1}{\gamma_{Proton}}$$

Den Wert für die Frequenz haben wir zu  $\nu_1 = 2360 kHz$  abgelesen, der Ablesefehler beträgt  $\Delta\nu = 1 kHz$ . Für die Feldstärke des Nachweismagneten erhalten wir mit  $\gamma_{Proton} = 26725 \frac{1}{Gs}$

$$H_0 = (554.85 \pm 0.24) G$$

Der Fehler wurde über einfache Fehlerfortpflanzung berechnet. Im Vergleich mit anderen Protokollen ist dieser Wert von uns korrekt gemessen worden. Vergleichsdaten:  $(554.0 \pm 0.2) G$  (Daniel Tiemann & Thorsten Pusch, 2001) und  $(558.8 \pm 1.2) G$  (Benjamin Winkel & Nadya Ben Bekhti, 2003).

### 3.2. Inversion der Spins durch das Zwischenfeld

Die Atomkerne verlassen das Polarisationsfeld mit einer bevorzugten Polarisationsrichtung ihrer Kern-Spins. Es kann nun wie in der Theorie beschrieben ein  $\pi$ -Impuls auf diese Kerne gegeben werden, den Flip der Spins kann man auf dem Oszi als Spiegelung der Resonanzkurve an der Zeitachse beobachten.

Das Einstellen des Zwischenfeldes viel uns mehr als schwer, selbst mit Hilfe des Tutors war es uns nur bedingt möglich. Wir haben es geschafft, dass durch Hinzuschalten des Zwischenfeldes eine Depolarisation erfolgt und somit auf dem Oszi keine Resonanz mehr zu erkennen ist - einen echten Flip haben wir mit keiner der verschiedenen Schlauchlängen erreichen können.

Die Frequenz des Wechselfeldes  $\omega_1^Z$  stellten wir auf 17.02Hz und die Versorgungsspannung von  $H_0^Z$  auf 4V ein.

### 3.3. Bestimmung der longitudinalen Relaxationszeit $\tau$

Wie in der Theorie unter Kapitel 1.3.3 angegeben, gilt für die Besetzungzahldifferenz nach Verlassen des Polarisationsmagneten (logarithmiert)

$$\ln n(t) = \ln n_a - t/\tau$$

Wir werden durch die unterschiedlichen Schlauchlängen verschiedene Laufzeiten erzwingen, die Peakhöhe des Resonanzsignals ist proportional zur Besetzungszahl  $n$  (je größer die Polarisierung der Kern-Spins, desto größer die Differenz zwischen up- und down- flips). Wenn wir also  $\ln n(t)$  gegen die Zeit abtragen, können wir aus dem linearen Fit  $\tau$  berechnen.

Wir führen diese Messung mehrmals für jede Schlauchlänge durch. Zuerst messen wir die Peakhöhe des Resonanzsignals. Dann messen wir die Fließzeit. Dazu benutzen wir die „Störung“ des Signals durch das Zwischenfeld: Wir stoppen die Zeit zwischen Aktivierung des Zwischenfeldes und der Veränderung des Graphen auf dem Oszi. Dies ist die Zeit, welche das Wasser für diesen Weg benötigt. Wie bereits erwähnt, müssen bei jeder Messung die Ventile genau soweit geöffnet werden, dass immer die gleiche Höhe der Wassersäule im Steigrohr, und damit die gleiche Fließgeschwindigkeit erreicht wird!

Folgende Messdaten haben wir aufgenommen:

Ventil	$t_1$ [s]	$t_2$ [s]	$t_3$ [s]	$t_4$ [s]	$\bar{t}$ [s]	$\Delta t$	Peak [V]	ln Peak [ln V]	$\Delta \ln \text{Peak}$
<b>5</b>	9,87	9,78	9,24	-	<b>9,63</b>	<b>0,28</b>	0,40	-0,916	0,25
<b>6</b>	5,70	5,10	5,30	5,30	<b>5,35</b>	<b>0,22</b>	1,50	0,405	0,07
<b>4</b>	8,33	8,70	8,58	8,71	<b>8,58</b>	<b>0,15</b>	0,55	-0,598	0,18
<b>3</b>	7,24	7,40	7,57	7,67	<b>7,47</b>	<b>0,16</b>	0,70	-0,357	0,14
<b>2</b>	7,08	7,10	7,40	7,15	<b>7,18</b>	<b>0,13</b>	0,75	-0,288	0,13
<b>1</b>	6,80	7,20	7,20	6,70	<b>6,98</b>	<b>0,23</b>	0,80	-0,223	0,13

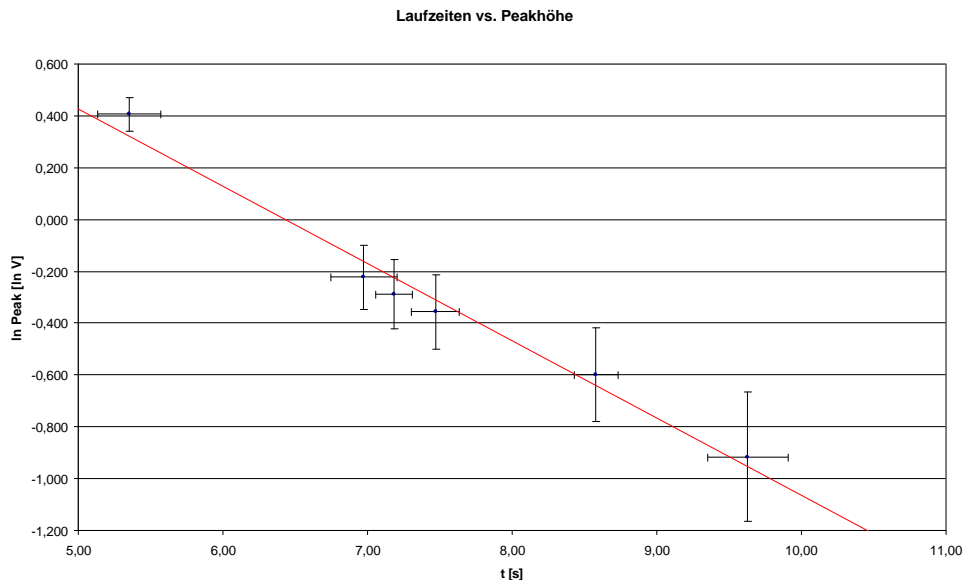
Als Fehler für die Peakhöhe haben wir  $\Delta \text{Peak} = 0.1V$  angesetzt, das Bild flackerte zwar, wenn man sich aber für eine Kurve entschieden und die Auflösung des Oszillographen hoch gestellt hatte, konnte man das Ganze recht gut ablesen. Der Fehler für die gemittelte Zeitmessung ist die Standardabweichung der einzelnen Messungen.

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{1}{N} \sum (x_i - \bar{x})^2}$$

Die angegebenen Fehler für die logarithmische Darstellung ergeben sich über einfache Fehlerfortpflanzung.

$$\sigma_{\ln V} = \frac{\Delta \text{Peak}}{\text{Peak}}$$

Diese Daten ergeben den folgenden Plot, es ist auch der Geradenfit eingetragen:



Der Plott liefert die Steigung  $b = (-0,29796 \pm 0,02163) \frac{1}{s}$ , über

$$\tau = -\frac{1}{b}$$

berechnen wir  $\tau = (3.357 \pm 0.244)s$ .

Der Fehler der longitudinalen Relaxationszeit berechnet sich wieder über einfachste Fehlerfortpflanzung. Unser Wert für  $\tau$  entspricht, verglichen mit dem Literaturwert (Staatsexamensarbeit von K.W. Rothe: 3.4 s) und anderen Protokollen, unseren Erwartungen. Es muss jedoch erwähnt werden, dass der Zeitpunkt, zu dem die Zeitmessung beendet wird, stark subjektiv ist. Wir haben uns dafür entschieden, „sehr spät“ die Uhr zu stoppen und nicht direkt bei Beginn der Veränderungen auf dem Oszillographen. Dieser Zeitpunkt kann auch noch etwas weiter nach hinten geschoben werden, dadurch wird natürlich ein anderer Wert für  $\tau$  herauskommen.

### 3.4. Bestimmung des Polarisationsgrades

Der Polarisationsgrad ist das Verhältnis von maximaler Besetzungszahldifferenz  $n_{gl}$  und der tatsächlich erreichten Besetzungszahldifferenz  $n_a$  nach durchfließen des Polarisationsmagneten. Dazu müssen wir als erstes  $n_{gl}$  bestimmen.

Unsere Annahme ist, dass durch Ausschalten der Pumpen für eine genügend lange Zeit das Wasser, welches während dieser Ruhepause im Polarisationsmagneten verweilt, maximal polarisiert wird. Für  $n_a$  gilt laut Theorie

$$n_a = n_{gl} \cdot \left(1 - e^{-t_a/\tau}\right)$$

Für  $t_a \rightarrow \infty$  ist also  $n_\infty = n_{gl}$ . Da die Besetzungszahldifferenz proportional zum Peak der Resonanzkurve ist, werden wir nach Einschalten der Pumpen für kurze Zeit einen höheren Peak messen. Dieser ist dann abhängig von  $n_{gl}$  und es gilt

$$\eta = \frac{n_a}{n_{gl}} = \frac{Peak_a}{Peak_\infty}$$

und mit oben angegebener Formel für  $n_a$

$$t_a = -\tau \ln(1 - \eta)$$

Wir sehen eine Verweildauer von  $t = 60s$  als ausreichend an, um die maximale Polarisation zu erreichen. Die Messung wurde mehrmals durchgeführt und aus den gemittelten Werten der Polarisationsgrad berechnet. Aus diesem haben wir dann die Aufenthaltsdauer des Wassers  $t_a$  im Polarisationsmagneten berechnet.

Unsere Messdaten:

Messung	$Peak_a$	$Peak_\infty$
1	1,4	2,2
2	1,5	2,3
3	1,5	2,3
4	1,5	2,1
Mittelwert	1,48	2,23
Fehler	0,04	0,08

Die Fehler für die Mittelwerte ergeben sich wieder durch die Standardabweichung. Mit den eben hergeleiteten Formeln ergibt sich

$$\eta = 0.663 \pm 0.031$$

und

$$t_a = (3.651 \pm 0.410)s$$

Die dazugehörigen Fehler wurden über Fehlerfortpflanzung berechnet

$$\Delta\eta = \sqrt{\left(\frac{\Delta Peak_a}{Peak_\infty}\right)^2 + \left(\frac{\Delta Peak_\infty \cdot Peak_a}{Peak_\infty^2}\right)^2}$$

und

$$\Delta t_a = \sqrt{(\ln(1 - \eta) \cdot \Delta\tau)^2 + \left(\frac{\tau \cdot \Delta\eta}{1 - \eta}\right)^2}$$

Die Werte liegen in einem vernünftigen Bereich, ein echter Vergleich ist jedoch nur grob möglich, da diese Werte ja von der vorab gewählten Steigrohrhöhe und der damit verbundenen Fliesgeschwindigkeit abhängen. Je schneller diese ist, je kürzer ist  $t_a$  und je kleiner ist  $\eta$ . Verglichen mit 3 anderen Protokollen erfüllen unsere Daten diese Anforderung:

Daten	$\eta$	$t_a$
Wir (2005)	0,66	3,65
Winkel (2003)	0,63	3,50
Torge (1999)	0,61	2,66
Thiel (2003)	0,49	2,53

Die einzige Fehlerquelle in diesem Versuchsteil ist das fehlerhafte Ablesen der beiden Peaks, da dies sehr genau möglich ist (nach etwas Übung), ist der systematische Fehler hier sehr klein.

### 3.5. Messung von schwachen Magnetfeldern entlang der Zwischenfeldregion

Wir wissen, dass das von uns angelegte Magnetfeld der Zwischenfeldspule von dem Erdmagnetfeld und dem Streufeld des Polarisationsmagneten überlagert wird. Im letzten Versuchsteil soll das tatsächliche Magnetfeld im Bereich der Zwischenfeldspule vermessen und durch einen Vergleich mit dem theoretischen Feld der Spule die vorhandenen Störfelder bestimmt werden.

Die Zwischenfeldspule ist ein Helmholtzspulenpaar und dessen homogenes inneres Feld wird berechnet über

$$B(I) = \frac{\mu_0 \cdot n \cdot k}{r} I$$

mit  $n = 138,5 + 139$ ,  $r = 10,5\text{mm}$  und  $k = \frac{8}{\sqrt{125}}$ . Der Faktor  $k$  ist eine Eigenschaft der Spule und ist abhängig von dem Verhältnis vom Abstand  $a$  der Spulen und deren Radien  $r_i$ , wenn  $a = r_i$  ergibt sich der angegebene Wert (Quelle: [http://www.physik.uni-dortmund.de/didaktik/lernwerkstatt/magnet\\_erde.htm](http://www.physik.uni-dortmund.de/didaktik/lernwerkstatt/magnet_erde.htm)).

Über die Kernspinresonanz bestimmen wir das tatsächliche stationäre Feld im Bereich der Zwischenfeldspule. Dieses Feld bestimmt die Larmorfrequenz der Protonen im Wasser, durch ein Wechselfeld mit genau dieser Frequenz erreichen wir die Rabioszillation bzw. den  $\pi$ -Puls der Spins. Den daraus resultierenden Flip (bzw. die Störung) können wir wieder auf dem Oszilloskop beobachten und über

$$B(\nu) = \frac{2\pi \cdot \nu}{\gamma}$$

von der eingestellten Wechselfeldfrequenz auf das wirkende stationäre Feld schließen.

Bei der folgenden Messung variieren wir den Strom durch die Spulen von  $-2\text{A}$  bis  $+2\text{A}$  und bestimmen jedes Mal die entsprechende Larmorfrequenz. Neben den Messwerten ist auch das aus dem Strom berechnete theoretische Feld und das aus der Frequenz gewonnene tatsächliche Feld sowie deren Fehler gelistet. Für die Umrechnung von Gauss in Tesla gilt  $1T = 10^4G$ .

$I[A]$	$\nu[kHz]$	$B(I)[G]$	$B(\nu)[G]$	$dB(I)$	$dB(\nu)$
-2,00	19,10	-4,753	-4,491	1,271E-04	0,235
-1,70	15,90	-4,040	-3,738	1,249E-04	0,235
-1,50	14,20	-3,565	-3,338	1,236E-04	0,235
-1,10	9,85	-2,614	-2,316	1,214E-04	0,235
-0,80	7,00	-1,901	-1,646	1,202E-04	0,235
-0,50	3,90	-1,188	-0,917	1,194E-04	0,235
-0,30	2,10	-0,713	-0,494	1,190E-04	0,235
0,00	1,30	0,000	0,306	1,188E-04	0,235
0,50	6,25	1,188	1,469	1,194E-04	0,235
0,70	8,10	1,663	1,904	1,199E-04	0,235
1,00	11,50	2,376	2,704	1,210E-04	0,235
1,30	13,80	3,089	3,244	1,224E-04	0,235
1,40	15,20	3,327	3,574	1,230E-04	0,235
1,50	16,15	3,565	3,797	1,236E-04	0,235
1,60	17,00	3,802	3,997	1,242E-04	0,235
1,80	18,95	4,278	4,455	1,256E-04	0,235
2,00	21,10	4,753	4,961	1,271E-04	0,235

Negative Vorzeichen von  $B(\nu)$  wurden von Hand ergänzt, um eine Umpolung der Spule zu kennzeichnen.

Zur Berechnung der Fehler wurden folgende Einzelfehler angesetzt:

- $\Delta I = 0,05 \text{ A}$
- $\Delta r = 0,001 \text{ m}$
- $\Delta \nu = 500 \text{ Hz}$

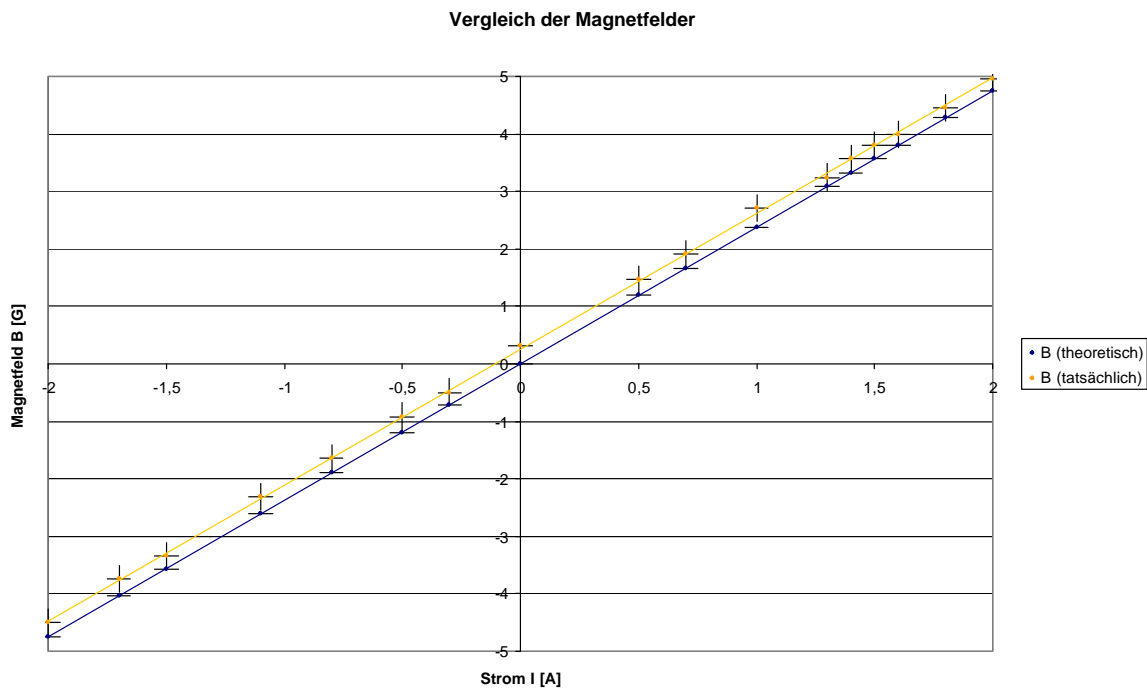
Zu dem großen Fehler für  $\nu$  muss angefügt werden, dass das Messgerät selber zwar nur einen sehr kleinen Ablesefehler besitzt, dieser aber durch das Ablesen auf dem Oszilloskop stark vergrößert wird, da nicht immer klar zu erkennen ist, ob die richtige Frequenz eingestellt wurde. Die Fehler wurden über Fehlerfortpflanzung berechnet

$$\Delta B(I) = \sqrt{\left(\frac{\mu_0 \cdot n \cdot k}{r} \Delta I\right)^2 + \left(\frac{\mu_0 \cdot n \cdot k \cdot I}{r^2} \Delta r\right)^2}$$

und

$$\Delta B(\nu) = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\gamma} \Delta \nu\right)^2}$$

Um beide Magnetfelder vergleichen zu können, wurden beide gegen den Strom aufgetragen.  $B(\nu)$  müsste eigentlich gegen  $\nu$  aufgetragen werden, jedem  $\nu$  kann mit Hilfe der Messwerte ein  $I$  zugeordnet werden, so dass diese Darstellung zum Vergleich gewählt werden kann.



Eine konstante Verschiebung und damit die Existenz eines konstanten Störfeldes ist deutlich zu erkennen.



Der gemessene Achsenabschnitt liefert direkt die Stärke des Störfeldes, da ja die Helmholtzspulen kein Feld mehr erzeugen und somit nur das Störfeld gemessen wird. Diese Messung kann aber bei kleinem Störfeld nicht immer so direkt erfolgen. Eine Messung der Nullstelle ist nicht möglich: Ohne stationäres Feld im Bereich der Wechselfeldspule ist gar keine Rabioszillation und damit kein  $\pi$ -Puls möglich, es kann also keine Flip-Frequenz und dadurch kein B-Feld gefunden werden.

Je kleiner das Störfeld ist, desto näher liegt der Y-Achsenabschnitt ( $I = 0A$ ) in der Nähe der Nullstelle. In diesem Fall kann bei  $I = 0$  das stationäre Feld zu schwach sein und dadurch das Störfeld nicht mehr direkt gemessen werden. Als Alternative können die Nullstelle und der Y-Achsenabschnitt aus der Fitgeraden und dann damit das externe Störfeld bestimmt werden. Beide Messungen liefern das gleiche Ergebnis.

Unser Fit liefert:

$$B = (2,3586 \pm 0,00816) \frac{G}{A} \cdot I + (0,2513 \pm 0,01062) G$$

Und für  $B = 0 G$  ergibt sich  $I = (-0,10655 \pm 0,0045) A$  (Fehler wird wieder über einfache Fehlerfortpflanzung berechnet). Bei dieser Stromstärke kompensiert das Helmholtzspulenpaar gerade das Störfeld, es berechnet sich zu

$$B_{\text{Helmh.}} = -B_{\text{Stör}} = (-0,253 \pm 1,188 * 10^{-4}) G$$

Auf das gleiche Ergebnis kommen wir, wenn wir direkt den Achsenabschnitt der Fitgeraden betrachten ( $B = 0,2531 \pm 0,01062)G$ . Der Unterschied zur 'Messung' ( $B_{\text{Stör}} = 0,306 G$ ) liegt ganz einfach in der Natur des Geradenfit.

Aus den oben beschriebenen Gründen ließen sich zwischen ca.  $-0.05 A$  und  $-0.15 A$  keine Messungen durchführen, hier reichte das tatsächliche Feld zwischen den Spulen nicht aus um eine Rabioszillation und damit einen Flip auf dem Oszilloskop zu erzeugen. Theoretisch ist Rabioszillation zwar bei allen Feldstärken möglich, bei zu kleinen Stationärfeldern wird die nötige Frequenz des Wechselfeldes jedoch sehr klein. Das Rauschen nimmt dann überhand, so dass Rabioszillation technisch nicht mehr realisierbar ist. Bei uns entspricht das kleinste messbaren Magnetfeld einer Stärke von  $B \approx 0.15 G$

### 3.6. Nachwort und Zusammenfassung

Im ersten Versuchsteil haben wir es nicht geschafft, einen tatsächlichen Flip auf dem Oszilloskop zu erzeugen. Wir konnten die Peaks nur maximal bis ins Rauschen drücken, was einer Depolarisierung entspricht, nicht jedoch einem  $\pi$ -Flip. Im zweiten Versuchsteil musste die Spule des Zwischenfeldes umgepolt werden und hier haben wir plötzlich sehr schöne Flips beobachten können. Unser Tutor erklärte dieses Verhalten mit der möglichen Existenz eines schnell oszillierenden Störfeldes, so dass der eigentliche  $\pi$ -Flip in bestimmten Frequenzbereichen durch die Überlagerung nicht beobachtet werden kann.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass dieses Experiment sehr viel Fingerspitzengefühl verlangt, weil so viele von einander abhängende Größen beobachtet und angepasst werden müssen ( $H_0^Z, H_1^Z, \omega_1, H_0, H_1$ ). Man muss sich immer wieder vor Augen führen, was man eigentlich 'sieht' und gerade verändert. Es ist auch sehr überraschend, wie einfach der Aufbau eigentlich ist, und dass damit trotzdem so etwas 'theoretisches' wie die Kernspinrelaxation experimentell nachgewiesen werden kann.

Im ersten Versuchsteil haben wir durch äquidistantes Einstellen der Resonanzpeaks (bei  $\omega_L(H_{NW}) = \omega_1$ ) beim Durchlaufen von  $H_{NW} = H_0 + \delta H_0 \sin(t)$  die Feldstärke des Polarisationsmagneten auf  $554.85 \text{ G}$  bestimmt. Danach wurde durch Laufzeitmessungen die longitudinale Relaxationszeit auf  $\tau = 3.36 \text{ s}$  bestimmt und daraus durch eine Vergleichsmessung der Polarisationsgrad von  $\eta = 66.3\%$  nach Verlassen des Polarisationsmagneten und die dazu nötige Verweildauer in dem selbigen von  $t_a = 3.66 \text{ s}$  berechnet.

Obwohl man glaubt, durch das Ablesen auf dem Oszilloskop sehr große Fehler zu machen, ist die Genauigkeit, mit der das Magnetfeld durch Kernspinrelaxation gemessen werden kann, sehr verblüffend. Wir haben im zweiten Versuchsteil das tatsächliche Magnetfeld am Ort der Zwischenfeldspule vermessen und dabei direkt ein Störfeld von  $B = 0.25 \text{ G}$  messen können. Das kleinste Magnetfeld, das wir messen konnten, betrug  $B = 0.15 \text{ G}$ .